

第2讲 一元一次不等式（组）

一、不等式

不等式

定义：用_____表示_____关系的式子，叫做不等式。
常见的不等号有5种：_____、_____、_____、_____、_____。
“ $\geq$ ”表示_____，“ $\leq$ ”_____，满足其中_____个即可成立。

列不等式：
小于或等于，不大于，不超过，不高于，不多于，最多，这些用_____连接；
大于或等于，不小于，不低于，不少于，至少，这些用_____连接。
① a 是正数表示为_____， a 是负数表示为_____。
② a 是非负数表示为_____， a 是非正数表示为_____。
③ a 、 b 同号表示为_____； a 、 b 异号表示为_____。

不等式的解：使不等式成立的_____的值，叫做不等式的解。判断某个未知数的值是否为不等式的解，直接将该数值代入不等式，看不等式是否成立，若成立，则是不等式的解；若不成立，则不是。

不等式的解集：一般地，一个含有未知数的不等式的_____，组成这个不等式的解集。
不等式的解集是一个集合，是一个范围，其含义：
① 解集中的每一个数值都能使不等式_____；
② 能够使不等式成立的_____数值都在解集中。

不等式解集表示方法

1、用不等式表示：

一般地，一个含有未知数的不等式有无数个解，它的解集是某个范围，这个范围可用一个最简单的不等式_____，_____的形式表示。

2、用数轴表示：

$x > a$	$x \geq a$	$x < a$	$x \leq a$

【教法备注】

1、不等式的定义：用不等号表示大小关系的式子，叫做不等式。

例如： $a + 3 > -1 + 4$ ， $-5 < -2$ ， $|x| \geq 0$ ， $x + 1 \leq 0$ ， $a + 2 \neq a - 2$ 等都是不等式。

常见的不等号有5种： $>$ 、 $<$ 、 $\geq$ 、 $\leq$ 、 $\neq$ 。

在不等式 $a > b$ 或 $a < b$ 中， a 叫不等式的左边， b 叫不等式的右边。

不等号的开口所对的数较大，不等号的尖头所对的数较小。

注意：

“ $\geq$ ”表示大于或等于，“ $\leq$ ”表示小于或等于，满足其中一个即可成立。

不等式 $3 \geq 2$ 成立，因为 $3 > 2$ 成立；不等式 $3 \geq 3$ 也成立，因为 $3 = 3$ 成立。

2、列不等式：不等式模型的建立立足于列不等式，即审清题意，弄清关键字词的含义，找出已知量和未知量以及它们之间存在的关系，然后用不等号将它们连接起来，关键是把题中的文字语言正确转化为数学符号语言。

(1) 常见两层含义的关键词及对应的不等符号：

①小于或等于，不大于，不超过，不高于，不多于，最多，这些用“ $\leq$ ”连接。

②大于或等于，不小于，不低于，不少于，至少，这些用“ $\geq$ ”连接。

(2) 常见不等式的文字语言与符号表示：

① a 是正数表示为 $a > 0$ ， a 是负数表示为 $a < 0$ 。

② a 是非负数表示为 $a \geq 0$ ， a 是非正数表示为 $a \leq 0$ 。

③ a ， b 同号表示为 $ab > 0$ ； a ， b 异号表示为 $ab < 0$ 。

注意：

①不等式表示代数式之间的不等关系，与方程表示的相等关系相对应。

②有些不等式中不含未知数，如 $3 > 2$ ；有些不等式中含有未知数，如 $3x > 6$ 。

③判断一个式子是否为不等式，关键看所给的式子是否有不等号。

3、不等式的解：使不等式成立的未知数的值，叫做不等式的解。

例如： -4 ， -2 ， 0 ， 1 ， 2 都是不等式 $x \leq 2$ 的解，当然它的解还有许多。

判断某个未知数的值是否为不等式的解，直接将该数值代入不等式，看不等式是否成立，若成立，则是不等式的解；若不成立，则不是。

注意：

①不等式的解是某一范围内的某个数，用它来代替不等式中的未知数，不等式成立。

②一般地，一个不等式的解不止一个，往往有无数个，如小于2的数都是 $x < 2$ 的解，也存在特殊情况，如 $x^2 \leq 0$ 就只有一个解，为 $x = 0$ 。

4、不等式的解集：一般地，一个含有未知数的不等式的所有解，组成这个不等式的解集。

不等式的解集是一个集合，是一个范围，其含义：

①解集中的每一个数值都能使不等式成立；

②能够使不等式成立的所有数值都在解集中。

注意：**不等式的解和解集是两个不同的概念**，不等式的解指满足不等式的未知数的某个值，而它的解集是指不等式所有解的一个集合。

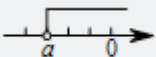
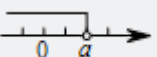
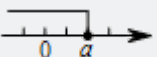
5、不等式解集的表示方法：

(1) 用不等式表示：

一般地，一个含有未知数的不等式有无数个解，它的解集是某个范围，这个范围可用一个最简单的不等式 $x > a$ (或 $x \geq a$)， $x < a$ (或 $x \leq a$) 的形式表示。

(2) 用数轴表示：

①解集与数轴的对应关系如图所示：

$x > a$	$x \geq a$	$x < a$	$x \leq a$
			

解集 $x > a$ 用 a 点右边的点来表示，表示 a 的点画成空心圆圈。

解集 $x < a$ 用 a 点左边的点来表示，表示 a 的点画成空心圆圈。

解集 $x \geq a$ 用表示 a 的点和它右边的点来表示，表示 a 的点画成实心圆点。

解集 $x \leq a$ 用表示 a 的点和它左边的点来表示，表示 a 的点画成实心圆点。

反之，通过读数轴可以写出对应不等式的解集。

②用数轴表示不等式的解集时要“两定”：一是定边界点，二是定方向。

注意：

①若不等号是“ $\leq$ ”或“ $\geq$ ”，边界点是实心圆点；

②若不等号是“ $<$ ”或“ $>$ ”，边界点是空心圆圈。

③定方向时，相对于边界点而言，小于向左，大于向右。

|| 例题

1. 下列式子中，是不等式的有 _____ 个。

① $x + 3 = y - 4$ ；② $-3 \geq -4$ ；③ $x \neq 0$ ；④ $2y - 4 < 5$ ；⑤ $3 < 2m - n$ ；

⑥ $2y - 3x \leq 3$ ；⑦ $x + y > 0$ ；⑧ $a^2 + 2ab + b^2$ ；⑨ $(a - b)^2 \geq 0$ 。

【答案】 7

【解析】 根据不等式的定义，②③④⑤⑥⑦⑨为不等式，共7个。

【标注】 【知识点】 不等式的定义

2. 用不等式表示：

- (1) x 的 $\frac{1}{5}$ 与 6 的差大于 2 .
(2) y 的 $\frac{2}{3}$ 与 4 的和小于 x .
(3) a 的 3 倍与 b 的 $\frac{1}{2}$ 的差是非负数 .
(4) x 与 5 的差的 30% 不大于 -2 .

【答案】 (1) $\frac{1}{5}x - 6 > 2$
(2) $\frac{2}{3}y + 4 < x$
(3) $3a - \frac{1}{2}b \geq 0$
(4) $30\%(x + 5) \leq -2$

【解析】 (1) $\frac{1}{5}x - 6 > 2$
(2) $\frac{2}{3}y + 4 < x$
(3) $3a - \frac{1}{2}b \geq 0$
(4) $30\%(x + 5) \leq -2$

【标注】【知识点】列不等式

练习

3. 下列式子是不等式的有 _____ .

- ① $5a + 6b$; ② $2x = 20$; ③ $0 \neq 4 - 3$; ④ $3 < 2$; ⑤ $3 \leq 3$;
⑥ $1 \leq 3x + 5y$; ⑦ $\frac{5}{x} > 3$; ⑧ $x^2 > 3$; ⑨ $(k - 1)x^{|k|} - 3 > 3$.

【答案】 ③④⑤⑥⑦⑧⑨

【解析】 $5a + 6b$ 是多项式, $2x = 20$ 是等式, 其余都是不等式 .

【标注】【知识点】不等式的定义

4. 用不等式表示数量的不等关系 .

- (1) a 是正数： _____ .
(2) a 是非负数： _____ .
(3) a 不比 0 大： _____ .
(4) x 与 y 的差是负数： _____ .

- (5) a 的相反数不大于 1 : _____ .
- (6) q 的相反数与 q 的一半的差不是正数 : _____ .
- (7) x 的四分之一不超过 y 与 9 的和的一半 : _____ .
- (8) b 与 3 的差的绝对值的一半不小于 7 : _____ .

【答案】 (1) $a > 0$

(2) $a \geq 0$

(3) $a \leq 0$

(4) $x - y < 0$

(5) $-a \leq 1$

(6) $-q - \frac{1}{2}q \leq 0$

(7) $\frac{1}{4}x \leq \frac{1}{2}(y + 9)$

(8) $\frac{1}{2}|b - 3| \geq 7$

【解析】 (1) 略

(2) 略

(3) 略

(4) 略

(5) 略

(6) 略

(7) 略

(8) 略

【标注】 【知识点】列不等式

|| 例题

5. 下列说法错误的是 () .

A. 0 是不等式 $x > -\frac{1}{4}$ 的一个解

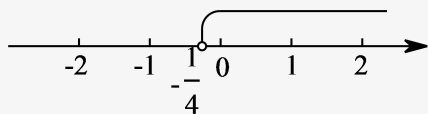
B. 不等式 $x < \frac{1}{2}$ 的整数解有无数个

C. -2 是不等式 $x < -2$ 的一个解

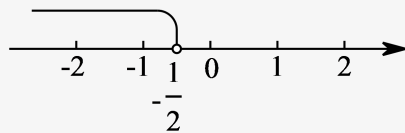
D. $2x < 5$ 的正整数解只有两个

【答案】 C

【解析】 A . 由数轴可以看出 0 属于不等式 $x > -\frac{1}{4}$ 的范围 .

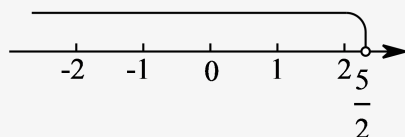


B. 由数轴可以看出不等式 $x < \frac{1}{2}$ 的整数解有无数个.



C. 由数轴看出 -2 不在不等式 $x < -2$ 的解集的范围内.

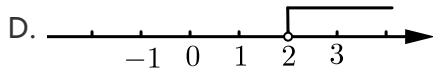
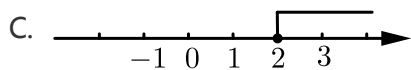
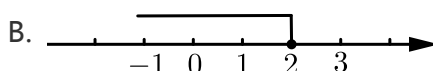
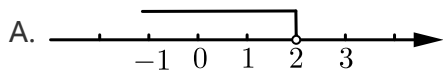
D. 不等式 $2x < 5$ 的解集为 $x < \frac{5}{2}$, 由数轴看出它的正整数解只有 $1, 2$ 两个.



故选：C.

【标注】【知识点】一元一次不等式的整数解

6. 不等式 $x \leq 2$ 的解集在数轴上表示为 ().



【答案】 B

【解析】 小于或等于向左方向画，等于说明是实心点.

【标注】【知识点】在数轴上表示不等式的解集

练习

7. 下列说法中，正确的是 ().

A. $x = 2$ 是不等式 $3x > -1$ 的解

B. $x = 2$ 是不等式 $3x > -1$ 的唯一解

C. $x = 2$ 不是不等式 $3x > -1$ 的解

D. $x = 2$ 是不等式 $3x > -1$ 的解集

【答案】 A

【解析】 方法一：解不等式 $3x > -1$,

解得： $x > -\frac{1}{3}$.

A . 正确 . 因为 $2 > -\frac{1}{3}$;

B . 错 . 因为 $x > -\frac{1}{3}$, 不等式不是唯一解 ;

C . 错 . 因为 $2 > -\frac{1}{3}$, $x = 2$ 是不等式 $3x > -1$ 的解 ;

D . 错 . 因为不等式的解集是 $x > -\frac{1}{3}$.

方法二：我们把使不等式成立的未知数的值叫做不等式的解，根据定义 $x = 2$ 使得 $3x > -1$.

故选A .

【标注】【知识点】一元一次不等式的整数解

8. 已知 $x \geq 2$ 的最小值是 a , $x \leq -6$ 的最大值是 b , 则 $a + b =$ _____ .

【答案】 -4

【解析】 因为 $x \geq 2$ 的最小值是 a , $a = 2$;

$x \leq -6$ 的最大值是 b , 则 $b = -6$;

则 $a + b = 2 - 6 = -4$, 所以 $a + b = -4$.

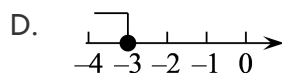
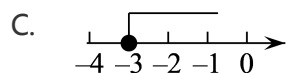
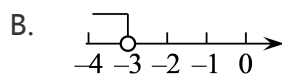
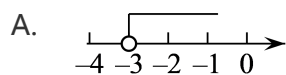
故答案为：-4 .

【标注】【知识点】一元一次不等式的解集

【重点强调】

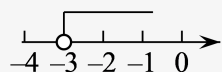
2018~2019学年5月天津南开区天津市南开中学、兴南学校初一下学期月考第13题3分

9. 在数轴上表示不等式 $x > -3$ 的解集，正确的是（ ） .



【答案】 A

【解析】 在数轴上表示不等式 $x > -3$ 的解集为：



故选A .

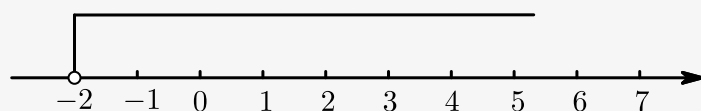
【标注】【知识点】在数轴上表示不等式的解集

10. 利用数轴表示下面未知数的取值范围：

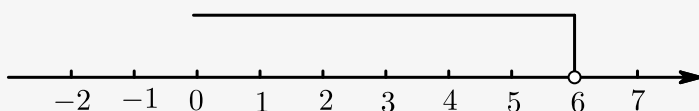
(1) $x > -2$ (2) $x < 6$ (3) $x \geq 3$ (4) $x \leq 4$

【答案】画图见解析 .

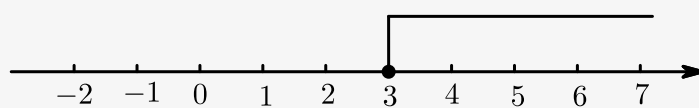
【解析】需要注意地方是，大于向右画，小于向左画，包括端点用“实心点”，不包括端点用“空心点” .



(1)



(2)



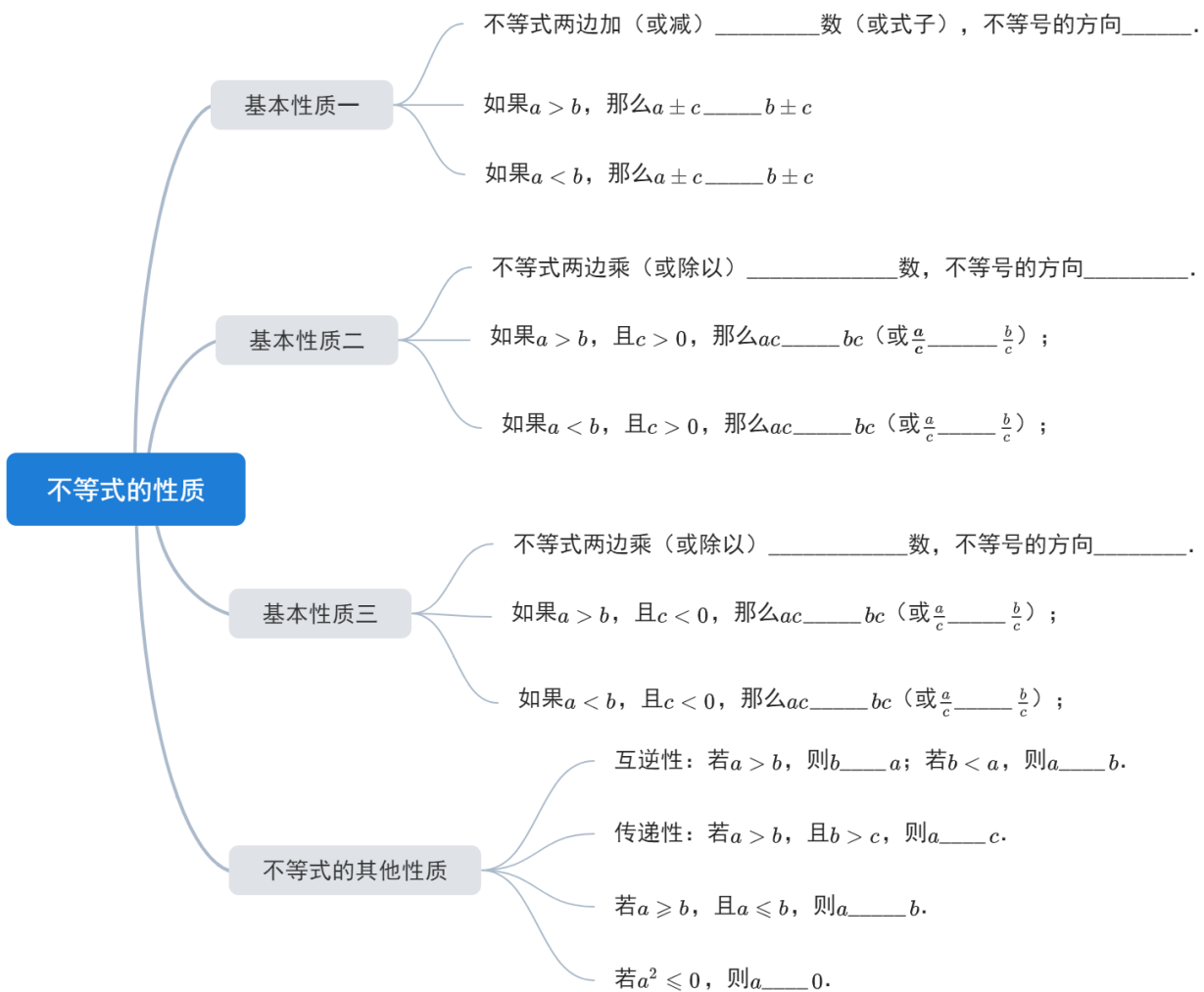
(3)



(4)

【标注】【知识点】在数轴上表示不等式的解集

二、不等式的性质



【教法备注】

1、基本性质一：

不等式两边加（或减）同一个数（或式子），不等号的方向不变．

如果 $a > b$ ，那么 $a \pm c > b \pm c$ ．

如果 $a < b$ ，那么 $a \pm c < b \pm c$ ．

2、基本性质2：

不等式两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变．

如果 $a > b$ ，并且 $c > 0$ ，那么 $ac > bc$ （或 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ）．

如果 $a < b$ ，并且 $c > 0$ ，那么 $ac < bc$ （或 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ）．

3、基本性质3：

不等式两边乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变．

如果 $a > b$ ，并且 $c < 0$ ，那么 $ac < bc$ （或 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ）．

如果 $a < b$ ，并且 $c < 0$ ，那么 $ac > bc$ （或 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ）．

4、不等式的特殊性质：

(1) 不等式的其他性质：

①互逆性：若 $a > b$ ，则 $b < a$ ；若 $b < a$ ，则 $a > b$ 。

②传递性：若 $a > b$ ，且 $b > c$ ，则 $a > c$ 。

③若 $a \geq b$ ，且 $a \leq b$ ，则 $a = b$ 。

④若 $a^2 \leq 0$ ，则 $a = 0$ 。

注意：

①在不等式两边都乘（或除以）同一个负数，要改变不等号的方向。

②在不等式 $3 > 2$ 两边都乘同一个数 a 时，有下面三种情形：

(a) 如果 $a > 0$ 时，那么 $3a > 2a$ ；

(b) 如果 $a = 0$ 时，那么 $3a = 2a$ ；

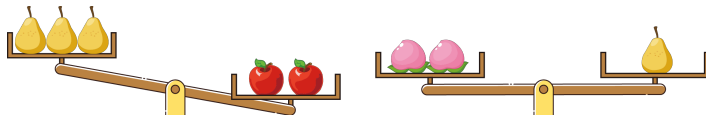
(c) 如果 $a < 0$ 时，那么 $3a < 2a$ 。

(2) 不等式的性质与等式的性质的区别与联系：

等式的性质	不等式的性质
对称性：若 $a = b$ ，则 $b = a$	互逆性：若 $a > b$ ，则 $b < a$
传递性：若 $a = b$ ， $b = c$ ，则 $a = c$	传递性：若 $a > b$ ， $b > c$ ，则 $a > c$
性质1：若 $a = b$ ，则 $a \pm c = b \pm c$	性质1：若 $a > b$ ，则 $a \pm c > b \pm c$
性质2：若 $a = b$ ，则 $ac = bc$ ； 若 $a = b (c \neq 0)$ ，则 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$	性质2：若 $a > b$ ， $c > 0$ ，则 $ac > bc$ ， $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ 性质3：若 $a > b$ ， $c < 0$ ，则 $ac < bc$ ， $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

|| 例题

11. 如图， a ， b ， c 分别表示苹果、梨、桃子的质量，若同类水果质量相等，则下列关系正确的是（ ）。



A. $a > c > b$

B. $b > a > c$

C. $a > b > c$

D. $c > a > b$

【答案】C

【解析】由图可得 $\begin{cases} 3b < 2a \\ 2c = b \end{cases}$ ，所以 $c < b < a$ ，故选C。

【标注】【能力】运算能力

【知识点】不等式的性质

12. 若 $a < b$ ，则下列各式中一定成立的是（ ）.

- A. $a - 1 < b - 1$ B. $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$ C. $-a < -b$ D. $ac < bc$

【答案】A

【解析】根据不等式的性质可得：不等式两边加（或减）同一个数（或式子），不等号的方向不变.

A. $a - 1 < b - 1$ ，故A选项是正确的；

B. $a > b$ ，不成立，故B选项是错误的；

C. $a > b$ ，不成立，故C选项是错误的；

D. c 的值不确定，故D选项是错误的.

【标注】【知识点】不等式的性质

【重点强调】

2014~2015学年天津和平区初一下学期期末第5题

13. 若 $a < b < 0$ ，则下列式子：① $a + 1 < b + 2$ ；② $\frac{a}{b} > 1$ ；③ $a + b < ab$ ；④ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 中，正确的有（ ）.

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】C

【解析】 $\because a < b < 0$,

$\therefore a + 1 < b + 1 < b + 2$ ，故①正确；

$\frac{a}{b} > 1$ ，故②正确；

$\because a + b < 0$ ， $ab > 0$ ，

$\therefore a + b < ab$ ，故③正确；

$\because ab > 0$ ，

$\therefore a < b$ 两边都除以 ab ，得： $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ ，故④错误；

故选：C.

【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】不等式的性质

【重点强调】

2013~2014学年天津河西区初一下学期期末第9题3分

14. 若 $x < y$, 且 $(a-2)x > (a-2)y$, 则 a 取值范围是 _____ .

【答案】 $a < 2$

【解析】 $\because x < y$, 且 $(a-2)x > (a-2)y$,
 $\therefore a-2 < 0$,
 $a < 2$.

【标注】 【能力】 运算能力

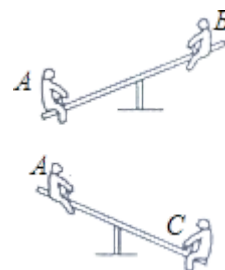
【知识点】 不等式的性质

【重点强调】

2018~2019学年天津和平区天津市第二南开中学初一下学期期末第13题3分

练习

15. 如图所示, 表示三人体重 A , B , C 的大小关系正确的是 () .



A. $B > A$

B. $A > C$

C. $B > C$

D. $C > B$

【答案】 D

【解析】 A、由图示, 得 $A > B$, 故A错误;

B、由图示, 得 $C > A$, 故B错误;

C、由图示, 得 $B < A$ 、 $A < C$, 由不等式的传递性, 得 $B < C$, 故C错误;

D、由图示, 得 $B < A$ 、 $A < C$, 由不等式的传递性, 得 $B < C$, 故D正确.

【标注】 【知识点】 不等式的性质

16. 下列命题中, 正确的是 () .

A. 若 $ac^2 < bc^2$, 则 $a < b$

B. 若 $ab < c$, 则 $a < \frac{c}{b}$

C. 若 $a - b > a$, 则 $b > 0$

D. 若 $ab > 0$, 则 $a > 0$, $b > 0$

【答案】 A

【解析】 B : 需说明 $b \neq 0$, 故B 错 ,

C : $-b > 0$, $b < 0$, 故C 错 ,

D : $ab > 0$ 则 $a > 0$, $b > 0$ 或 $a < 0$, $b < 0$, 故D 错 .

故选 : A .

【标注】 【知识点】 不等式的性质

【能力】 推理论证能力

【重点强调】

2018~2019学年天津和平区天津市第二南开中学初一下学期期末第6题2分

17. 已知 a 、 b 均为实数 , $a < b$, 那么下列不等式一定成立的是 () .

A. $3 - |a| > 3 - |b|$

B. $a^2 < b^2$

C. $a^3 + 1 < b^3 + 1$

D. $-\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$

【答案】 C

【解析】 A、当 $|a| > |b|$ 时 , $3 - |a| < 3 - |b|$, 所以错误 .

B、当 $|a| > |b|$ 时 , $a^2 > b^2$, 所以错误 .

C、当 $a < b$ 时 , $a^3 + 1 < b^3 + 1$, 所以正确 .

D、当 $a < b$ 时 , $-\frac{a}{2} > -\frac{b}{2}$, 所以错误 .

综上所述 , 答案选C .

【标注】 【知识点】 不等式的性质

【重点强调】

2017~2018学年天津河西区初一下学期期末第8题3分

18. 利用不等式的基本性质 , 用 “ $<$ ” 或 “ $>$ ” 号填空 .

(1) 若 $a < b$, 则 $2a$ _____ $2b$.

(2) 若 $a > b$, 则 $-4a$ _____ $-4b$.

(3) 若 $a > b$, $c > 0$, 则 ac _____ bc .

(4) 若 $x < 0$, $y > 0$, $z < 0$, 则 $(x - y)z$ _____ 0 .

【答案】(1) <

(2) <

(3) >

(4) >

【解析】(1) 两边都乘(或除以)同一个正数,不等号的方向不变.

两边都乘(或除以)同一个负数,不等号的方向改变.

两边同时乘上2,仍是 < .

(2) 两边都乘(或除以)同一个正数,不等号的方向不变.

两边都乘(或除以)同一个负数,不等号的方向改变.

两边同时乘上-4,变号填 < .

(3) 两边都乘(或除以)同一个正数,不等号的方向不变.

两边都乘(或除以)同一个负数,不等号的方向改变.

两边同时乘上 $c(c > 0)$,仍是 > .

(4) 两边都乘(或除以)同一个正数,不等号的方向不变.

两边都乘(或除以)同一个负数,不等号的方向改变.

由题可得 $x - y < 0$, 又 $z < 0$, $\therefore (x - y)z > 0$.

【标注】【知识点】不等式的性质

独步天下

19. 解答下列各题:

(1) 如果 $x > 2$, 那么下列四个式子中: ① $x^2 > 2x$; ② $xy > 2y$; ③ $2x > x$; ④ $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$ 正确的式子的个数共有 () .

A. 4个

B. 3个

C. 2个

D. 1个

(2) 若 $x + y > x - y$, $y - x > y$, 那么下列式子正确的是 () .

A. $x + y > 0$

B. $y - x < 0$

C. $xy < 0$

D. $\frac{y}{x} > 0$

(3) 若 $abcd > 0$, 且 $a + b + c + d > 0$, 则 a 、 b 、 c 、 d 中负数的个数最多有 () 个.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】(1) B

(2) C

(3) B

【解析】(1) ①、③、④正确.

故选B.

(2) 略.

(3) 由 $abcd > 0$ 得 a 、 b 、 c 、 d 中负数的个数为0个、2个或4个, 又 $a + b + c + d > 0$,

所以最多有2个负数.

故选B.

【标注】【知识点】不等式的性质

三、一元一次不等式

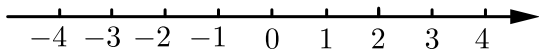
一元一次不等式

定义: 含有____个未知数, 未知数的次数是____的不等式, 叫做一元一次不等式.
一般式是_____.

一元一次不等式的解集: 一元一次不等式的_____解组成的集合叫做一元一次不等式的解集.

解一元一次不等式典例

解不等式: $\frac{x}{2} - \frac{x+4}{6} \leq x - 2$, 并把解集在数轴上表示出来.



$$\frac{x}{2} - \frac{x+4}{6} \leq x - 2$$

解:

①去分母得: _____;

②去括号得: _____;

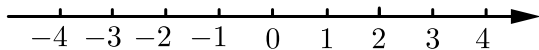
③移项得: _____;

④合并同类项得: _____;

⑤解得: _____.

∴原不等式的解集为_____.

在数轴上的表示如下:



【教法备注】

1、一元一次不等式定义：含有一个未知数，未知数的次数是1的不等式，叫做一元一次不等式。

一般式是： $ax > b$ 或 $ax < b$ ($a \neq 0$)。

【方法】一元一次不等式满足的条件：

①不等式的两边都是整式；

②不等式中只含有一个未知数；

③未知数的次数是1。

2、一元一次不等式的解集：一元一次不等式的所有解组成的集合叫做一元一次不等式的解集。

【注意】

不等式的解集一般是一个取值范围，但有时候需要求未知数的某些特殊解，如求整数解、正整数解、非负整数解，最大整数解等，解答这类问题的关键是明确解的特征。

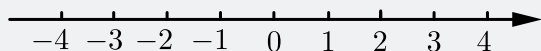
3、解一元一次不等式：求不等式的解集的过程叫做解不等式。

解一元一次不等式的过程与注意事项：

变形名称	依据	注意事项
去分母	不等式性质2	①不含分母的项不要漏乘 ②注意分数线有括号作用，去掉分母后，如果分子是多项式，要加括号
去括号	分配律， 去括号法则	①运用分配律去括号时，不要漏乘括号内的项 ②如果括号前是“-”号，去括号时，括号内各项要变号
移项	不等式性质1	①移项必须变号 ②一般把含未知数的项移到不等号左边，其他项移到右边
合并同类项	合并同类项法则	合并同类项是把系数相加减，字母及指数不变
化未知数系数为1	不等式性质2 不等式性质3	①两边乘（或除以）同一个负数，不等式的方向改变 ②分子、分母不要颠倒

典例：

解不等式： $\frac{x}{2} - \frac{x+4}{6} \leq x-2$ ，并把解集在数轴上表示出来。



$$\frac{x}{2} - \frac{x+4}{6} \leq x-2$$

$$\text{解：} 3x - (x+4) \leq 6(x-2)$$

$$3x - x - 4 \leq 6x - 12$$

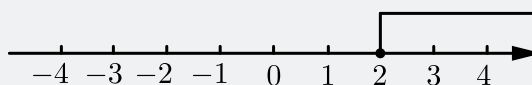
$$3x - x - 6x \leq 4 - 12$$

$$-4x \leq -8$$

$$x \geq 2$$

$\therefore$ 原不等式的解集为 $x \geq 2$ 。

在数轴上的表示如下：



例题

20. 下列各式中，一元一次不等式是（ ）。

A. $x \geq \frac{5}{x}$

B. $2x > 1 - x^2$

C. $x + 2y < 1$

D. $2x + 1 \leq 3x$

【答案】D

【解析】A 选项： $\frac{5}{x}$ 不是整式，故A错误；

B 选项：未知数的最高次数是2，故B错误；

C 选项：含有2个未知数，故C错误；

D 选项：只含有1个未知数，并且未知数的次数是1，用不等号连接的整式，故D正确。

故选 D。

【标注】【知识点】一元一次不等式的定义

【重点强调】

2017~2018学年5月天津南开区天津市南开翔宇学校初一下学期月考第3题3分

21. 若 $(m+2)x^{|m|-1} + 3 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式，则 $m = \underline{\quad}$ 。

【答案】2

【解析】若 $(m+2)x^{|m|-1} + 3 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式，

$$\text{则} \begin{cases} |m| - 1 = 1 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases}, \text{故 } m = 2.$$

【标注】【知识点】一元一次不等式的定义

练习

22. 下列式子(1) $2x - 7 \geq -3$, (2) $\frac{1}{x} - x > 0$, (3) $7 < 9$, (4) $x^2 + 3x > 1$,
(5) $\frac{a}{2} - 2(a + 1) \leq 1$, (6) $m - n > 3$ 中是一元一次不等式的有().

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】B

【解析】(1)由原不等式, 得 $2x - 10 \geq 0$, 符合一元一次不等式的定义; 故本选项正确;

(2)由 $\frac{1}{x} - x > 0$ 得, 是分式不等式; 故本选项错误;

(3) $7 < 9$, 不含未知数, 所以不是一元一次不等式; 故本选项错误;

(4) $x^2 + 3x > 1$, 未知数的最高次数是2, 所以不是一元一次不等式; 故本选项错误;

(5)由 $\frac{9}{2} - 2(a + 1) \leq 1$, 得到 $3a + 2 \geq 0$, 符合一元一次不等式, 故本选项正确;

(6) $m - n > 3$, 含有两个未知数, 所以不是一元一次不等式; 故本选项错误.

综上所述, 一元一次不等式的个数是2个.

故选B.

【标注】【知识点】一元一次不等式的定义

【重点强调】

2019~2020学年天津和平区天津市益中学校初一下学期单元测试《不等式》第1题

23. 填空.

(1) 下列不等式中是一元一次不等式的有 _____ 个.

① $a > 0$. ② $5x + 3y > 0$. ③ $x + 2 > 0$. ④ $|x - y| \leq 3$; ⑤ $3(1 - m) \leq 2(m + 9)$; ⑥

$x^2 = 3$;

⑦ $\frac{x - 1}{2} > x + 4$; ⑧ $x > \frac{1}{3}x - 2$; ⑨ $x + 5$; ⑩ $\frac{1}{x} > 2$.

(2) 已知 $k^2 - 4x^{1-k} > 7$ 是关于 x 的一元一次不等式, 则关于 y 的方程 $(k - 3)y + 3 = 0$ 的解为 _____.

【答案】(1) 5

$$(2) y = 1$$

【解析】(1) 5个, ①, ③, ⑤, ⑦, ⑧是一元一次不等式.

(2) 根据一元一次不等式的概念, 可以确定 k 的值, 再把 k 的值带入到关于 y 方程即可求解.

根据题意, 得到 $1 - k = 1$, 所以 $k = 0$. 再把 $k = 0$ 代入方程 $(k - 3)y + 3 = 0$ 中, 得到 $(0 - 3)y + 3 = 0$, 所以解为 $y = 1$.

【标注】【知识点】不等式的定义

例题

24. 解不等式: $\frac{x+8}{3} - (3x-1) > 1$.

【答案】 $x < 1$.

【解析】 $x + 8 - 3(3x - 1) > 3$

$$x + 8 - 9x + 3 > 3$$

$$-8x > -8$$

$$x < 1.$$

【标注】【知识点】解一元一次不等式

【能力】运算能力

【重点强调】

2019~2020学年3月天津南开区天津美达菲国际学校初一下学期月考第34题

25. 解不等式 $1 + \frac{x+1}{2} \geq 2 - \frac{x+7}{3}$, 并求出其最小整数解.

【答案】 $x = -2$.

【解析】解不等式 $1 + \frac{x+1}{2} \geq 2 - \frac{x+7}{3}$,

$$\text{去分母, } 6 + 3(x+1) \geq 12 - 2(x+7),$$

$$\text{去括号, } 6 + 3x + 3 \geq 12 - 2x - 14,$$

$$\text{移项, } 3x + 2x \geq 12 - 14 - 3 - 6,$$

$$\text{合并同类项, } 5x \geq -11,$$

$$\text{可得, } x \geq -\frac{11}{5},$$

故最小整数解为 $x = -2$.

【标注】【知识点】解一元一次不等式

【重点强调】

2017~2018学年天津河西区天津市新华中学初一下学期期末模拟第21题7分

练习

26. 若代数式 $\frac{x+2}{9} - 1$ 的值为非负数, 则 x 的取值范围是 _____ .

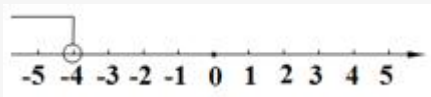
【答案】 $x \geq 7$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】解一元一次不等式

27. 解不等式 $2(x-1) > 3(x+1) - 1$, 并在数轴上表示不等式的解集 .

【答案】 $x < -4$.

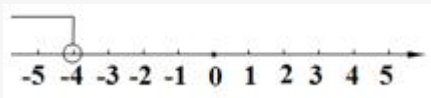


【解析】解：去括号得, $2x - 2 > 3x + 3 - 1$,

移项得, $2x - 3x > 3 - 1 + 2$,

合并同类项得, $-x > 4$,

把 x 的系数化为1得, $x < -4$.



【标注】【知识点】解一元一次不等式

独步天下

28. 解连续不等式 $-1 < \frac{1-2x}{4} \leq 2$.

【答案】 $-\frac{7}{2} \leq x < \frac{5}{2}$.

【解析】方法一：

原连续不等式可以化成不等式
$$\begin{cases} -1 < \frac{1-2x}{4} & (1) \\ \frac{1-2x}{4} \leq 2 & (2) \end{cases}.$$

解不等式(1), 得 $x < \frac{5}{2}$.

解不等式(2), 得 $x \geq -\frac{7}{2}$.

故连续不等式的解集是 $-\frac{7}{2} \leq x < \frac{5}{2}$.

方法二: 去分母, 得 $-4 < 1-2x \leq 8$.

同时减1, 得 $-5 < -2x \leq 7$.

系数化为1, 得 $-\frac{7}{2} \leq x < \frac{5}{2}$.

故连续不等式的解集是 $-\frac{7}{2} \leq x < \frac{5}{2}$.

【标注】【知识点】解三连的一元一次不等式

四、一元一次不等式组

一元一次不等式组

定义: 含有_____未知数的_____一元一次不等式所组成的不等式组, 叫做一元一次不等式组.

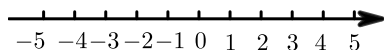
一元一次不等式组的解集: 一般地, 几个一元一次不等式解集的_____部分, 叫做由它们所组成的一元一次不等式组的解集.

一元一次不等式组解集的四种基本类型

不等式组 ($a < b$)	图示	解集	口诀
$\begin{cases} x \geq a \\ x \geq b \end{cases}$			
$\begin{cases} x \leq a \\ x \leq b \end{cases}$			
$\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$			
$\begin{cases} x \leq a \\ x \geq b \end{cases}$			

解一元一次不等式典例

解不等式组 $\begin{cases} 1 - 2(x - 1) \leq 5 \\ \frac{3x - 2}{2} < x + \frac{1}{2} \end{cases}$ ，把解集在所给数轴上表示出来，并写出其整数解。



解：

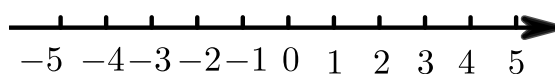
$$\begin{cases} 1 - 2(x - 1) \leq 5 \text{ ①} \\ \frac{3x - 2}{2} < x + \frac{1}{2} \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得：_____，

解不等式②得：_____，

∴不等式组的解集为：_____，

不等式组的解集在数轴上表示如下：



符合不等式组解集的整数解为：

【教法备注】

1、一元一次不等式组：含有相同未知数的几个一元一次不等式所组成的不等式组，叫做一元一次不等式组。

如 $\begin{cases} x > 1 \\ 2x < 5 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ x + 8 < 4x - 1 \\ x + 2 < 8 \end{cases}$ 是一元一次不等式组。

定义中的“几个”并没有确定个数，但必须是两个或两个以上。

【方法】判断一个不等式组是否为一元一次不等式组，要从以下两个方面考虑：

①组成不等式组的每一个不等式必须是一元一次不等式。

②整个不等式组中只含有一个未知数。

2、一元一次不等式的解集：一般地，几个一元一次不等式解集的公共部分，叫做由它们所组成的一元一次不等式组的解集。

找几个不等式的解集的公共部分的方法：

①先将几个不等式的解集在同一数轴上表示出来，然后找出它们重叠部分。

②当几个不等式的解集没有公共部分时，称这个不等式组无解（解集为空集）。

一元一次不等式组解集的四种基本类型：

不等式组 ($a < b$)	图示	解集	口诀
$\begin{cases} x \geq a \\ x \geq b \end{cases}$		$x \geq b$	同大取大
$\begin{cases} x \leq a \\ x \leq b \end{cases}$		$x \leq a$	同小取小
$\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$		$a \leq x \leq b$	大小小大中间找
$\begin{cases} x \leq a \\ x \geq b \end{cases}$		无解	大大小小找不到

3、解一元一次不等式组：

(1) 求不等式组解集的过程叫做解不等式组。

(2) 解一元一次不等式组的步骤

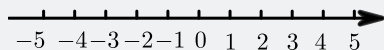
①分开解：分别求出不等式组中各个不等式的解集；

②画数轴：将各不等式的解集在数轴上表示出来

③集中判：在数轴上找出各不等式的解集的公共部分，这个公共部分就是不等式组的解集。

典例：

解不等式组 $\begin{cases} 1 - 2(x - 1) \leq 5 \\ \frac{3x - 2}{2} < x + \frac{1}{2} \end{cases}$ ，把解集在所给数轴上表示出来，并写出其整数解。



解：

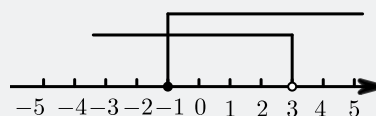
$$\begin{cases} 1 - 2(x - 1) \leq 5 & \text{①} \\ \frac{3x - 2}{2} < x + \frac{1}{2} & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得： $x \geq -1$ ，

解不等式②得： $x < 3$ ，

不等式组的解集为： $-1 \leq x < 3$ ，

不等式组的解集在数轴上表示如下：



符合不等式组解集的整数解为： $-1, 0, 1, 2$ 。

例题

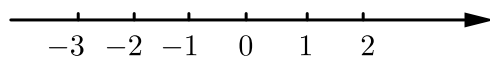
29. 解不等式 $\begin{cases} x + 1 \geq -1 & \text{①} \\ 2x - 1 \leq 1 & \text{②} \end{cases}$ ，

请结合题意填空，完成本题的解答。

(1) 解不等式①，得 _____。

(2) 解不等式②, 得 _____ .

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来:



(4) 原不等式组的解集是 _____ .

【答案】 (1) $x \geq -2$

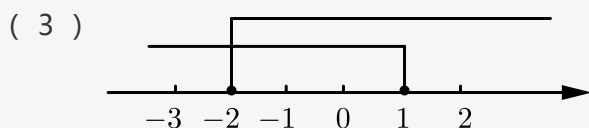
(2) $x \leq 1$

(3) 画图见解析.

(4) $-2 \leq x \leq 1$

【解析】 (1) 解不等式①, 得 $x \geq -2$.

(2) 解不等式②, 得 $x \leq 1$.



(4) 原不等式组的解集是 $-2 \leq x \leq 1$.

【标注】 【知识点】在数轴上表示不等式组的解集

【知识点】一元一次不等式组的解集

【知识点】解一元一次不等式

【知识点】一元一次不等式的解集

【思想】数形结合思想

【能力】运算能力

【重点强调】

2019年天津中考真题第19题8分

练习

30. 解下列不等式(组):
$$\begin{cases} 3x + 2 \geq 3 - (1 - x) \\ 1 - \frac{x-1}{2} > \frac{x+2}{3} - x \end{cases}$$

【答案】 $x \geq 0$

【解析】
$$\begin{cases} 3x + 2 \geq 3 - (1 - x) \text{ ①} \\ 1 - \frac{x-1}{2} > \frac{x+2}{3} - x \text{ ②} \end{cases}$$

解①得： $x \geq 0$ ，

解②得： $x > -5$ ．

所以，原不等式组的解集为： $x \geq 0$ ．

【标注】【知识点】解一元一次不等式组

31. 解不等式组：
$$\begin{cases} \frac{7-x}{2} - 3 \geq \frac{3+4x}{5} - 4 \\ \frac{5}{3}x + 5(4-x) \leq 2(4-x) \end{cases}$$

【答案】无解

【解析】解①得， $5(7-x) - 30 \geq 2(3+4x) - 40$ ，

$$35 - 5x - 30 \geq 6 + 8x - 40, 13x \leq 39, x \leq 3.$$

解②得， $5x + 15(4-x) \leq 6(4-x)$ ，

$$5x + 60 - 15x \leq 24 - 6x, 4x \geq 36, x \geq 9.$$

$\therefore$ 此不等式组无解．

【标注】【知识点】解一元一次不等式组

32. 解不等式 $\begin{cases} x-5 > 1+2x \\ 4x+2 < 3x \end{cases}$ 并将解集表示在数轴上．

【答案】不等式组的解集为 $x < -6$ ，

在数轴上表示不等式组的解集为：



【解析】
$$\begin{cases} x-5 > 1+2x \\ 4x+2 < 3x \end{cases}$$

$\therefore$ 解不等式 $x-5 > 1+2x$ 得： $x < -6$ ，

解不等式 $4x+2 < 3x$ 得： $x < -2$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x < -6$ ，

在数轴上表示不等式组的解集为：



【标注】【知识点】解一元一次不等式组

【重点强调】

2014~2015学年天津和平区初一下学期期末第19题

 独步天下

33. 解不等式组

$$\begin{cases} 1 < \frac{2x-5}{3} < 3 \\ \frac{1-x}{2} < 4(2x-3) < \frac{11}{2}x \\ (x+5) - \frac{2}{3} \geq 2x - \frac{3}{2} \end{cases}$$

【答案】 $4 < x < \frac{24}{5}$

【标注】【知识点】解一元一次不等式组